B

Premio Città di Terni

(trentunesima edizione)

Terni, 7 febbraio 2025

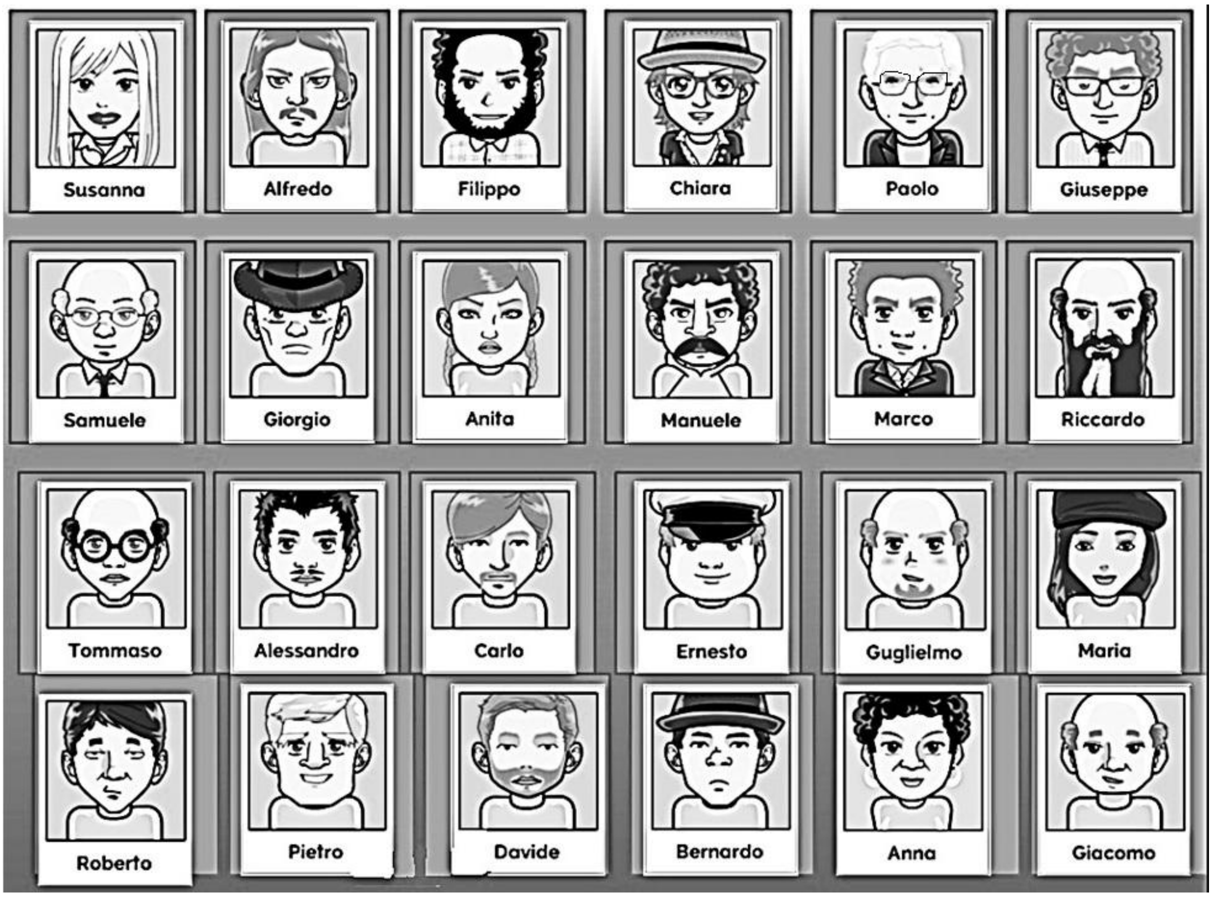
Scuola Secondaria di II grado – Biennio

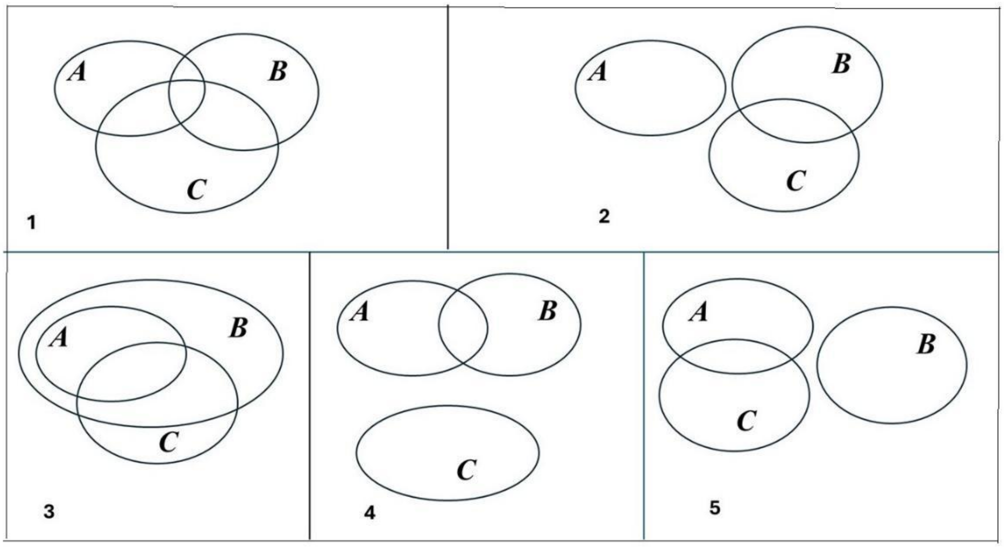
TESTI E SOLUZIONI

PRIMA PARTE - Quesiti a risposta chiusa (una sola delle 4 opzioni è corretta)

1. **Simpatici personaggi**

Considera i personaggi rappresentati e tra di essi considera i seguenti sottoinsiemi:
A= {personaggi con barba o baffi};
B = {personaggi che indossano un cappello};
C = {personaggi che portano occhiali}.
Quale tra i cinque diagrammi qui sotto rappresenta la situazione raffigurata nella galleria di personaggi?





*Si nota che chi ha barba o baffi, non ha né occhiali né cappello, Quindi l'insieme A non ha intersezione con gli altri due. Invece esiste un'intersezione tra B e C (Chiara ha occhiali e cappello). Risposta **2**.*

2. **I fratelli.**
   Tre fratelli hanno un'età espressa da un numero dispari. Sapendo che si tratta di 3 numeri consecutivi la cui somma dà 51, calcola l'età dei tre fratelli:
   A. 16,17,18
   B. 17,18,19
   C. 13,17,21
   D. 15,17,19
   E. Non esiste alcuna possibile terna.
   *Tre numeri dispari consecutivi di somma 51, il valore centrale sarà pari a 51/3=17, il precedente dispari sarà 15 e l'altro 19. Risposta **D**.*

3. **Le parentesi.**
   Nei fogli di calcolo, nelle calcolatrici e nei linguaggi di programmazione non si scrivono espressioni con parentesi quadre o graffe, ma si usano soltanto quelle tonde. Qual è il risultato della seguente espressione?

$$\left(\left(\left(\left(1-\frac{1}{2}\right)^{-1}-1\right)^{-1}+1\right)^{-1}-1\right)^{-1}$$

A. 2 **B. 1** **C. -1** **D. -2** **E. -1/2**

*Risposta **D**.*

4. **I numeri**

Quanti sono i numeri interi positivi n tali che il rapporto $\frac{3n+41}{n-5}$ è intero positivo?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) Nessuno dei precedenti

*Risposta **D**. La soluzione è 8 poiché dalla divisione del polinomio 3n+41 per n-5 si ottiene quoziente 3 e resto 56 che ha solo 8 divisori positivi, ovvero 1-2-4-7-8-14-28-56. Dalla detta divisione tra*

polinomi discende che (3n+41)/(n-5)=3+56/(n-5). La frazione algebrica 56/(n-5) è un numero intero se e solo se n-5 è pari ad uno dei divisori (positivi perché n-5 deve essere positivo altrimenti la frazione (3n+41)/(n-5) non sarebbe un numero positivo come richiesto) di 56.
Dall'uguaglianza n-5=d, per ognuno degli 8 divisori positivi d, si ricavano 8 interi positivi diversi per n, mediante la n=5+d.

5. Un gatto su una scala

La Scala Infinita ha tantissimi gradini: il gatto Lucio ama il numero 13, così comincia a salire 13 gradini; si ferma a riprender fiato e ridiscende di 1 gradino. Recuperate le forze, sale di altri 13 gradini (seconda serie di gradini in salita seguita ancora da una sosta di riposo durante la quale scivola indietro di 2 gradini), segue un'altra salita di 13 con sosta durante la quale riscende di 3. Prosegue ogni serie sempre di 13 in salita, ma discende ogni volta di un numero di gradini sempre maggiore di uno rispetto alla discesa precedente. Dopo quante serie di 13 gradini Lucio sarà tornato al livello di partenza?

A) 13 B) 25 C) 26 D) 52 E) Nessuna delle precedenti

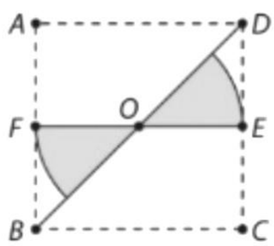
Numero di serie di 13 gradini in salita	*salita*	*discesa*	*Guadagno netto*
1	*+13*	*-1*	*+12*
2	*+13*	*-2*	*+11*
3	*+13*	*-3*	*+10*
. . .			*. . .*
12	*+13*	*-12*	*+1*
13 (in questa fase sale e scende dello stesso numero di gradini, quindi torna dove era partito in questa 13-esima fase)	*+13*	*-13*	*0*
14	*+13*	*-14*	*-1*
15	*+13*	*-15*	*-2*
. . .			*. . .*
13+12=25	*+13*	*-25*	*-12*

La 13-esima serie è quella centrale, perché dopo di lei il "guadagno netto" di salita e discesa diventa negativo. Quindi per simmetria la 25-esima serie si torna a livello zero iniziale (infatti la somma dei guadagni netti diventa finalmente =0). Infatti:
Totale dei contributi positivi (salite): 13 x 25=+325
Totale dei contributi negativi (discese): -1-2-3-…..-24-25=-26 X 25/2=-325

*Quindi la risposta corretta è 25: risposta **B**.*

<u>SECONDA PARTE Quesiti a risposta aperta</u>

6. La girandola

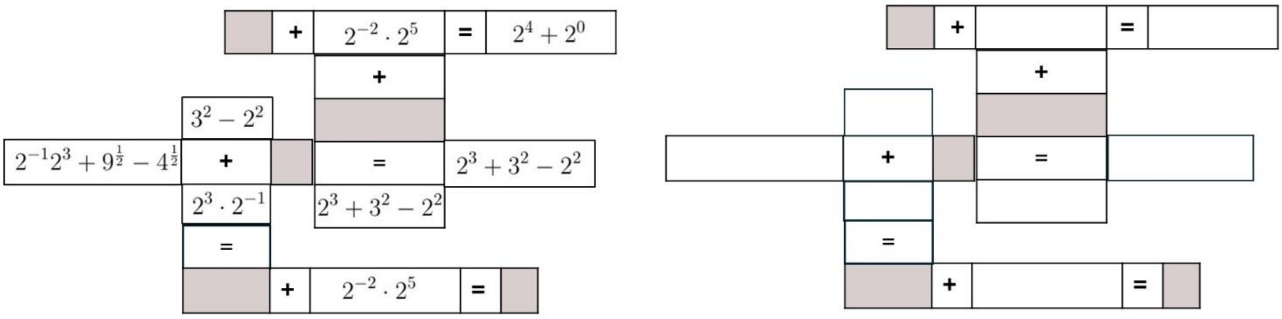


La parte colorata è formata da due settori circolari ed è costruita in un quadrato che ha il perimetro di 16 cm. I punti E ed F sono i punti medi dei lati CD e AB e il segmento BD è la diagonale del quadrato. Calcola l'area non colorata.

Il lato del quadrato e quindi il diametro del cerchio sono pari alla quarta parte di 16 cm, cioè 4cm. L'area dell'intero cerchio è 4π cm^2, ma a noi interessano i due settori circolari, che hanno angolo al centro di ampiezza 45° (BD è diagonale del quadrato e FE, congiungendo punti medi, è parallelo ai lati AD e BC), quindi la porzione di cerchio di ognuno dei due settori circolari è $\frac{1}{8}$ dell'area del cerchio. L'area dei due settori è quindi $\frac{4\pi}{4}cm^2 = \pi$ cm^2. L'area complementare nel quadrato è (16 - π) cm^2.

7. **Crucimath**

Risolvi il seguente crucimath, utilizzando le cifre assegnate in basso per riempire le caselle grigie



Le celle calcolate sono scritte in blu; le celle inizialmente grigie vuote, sono state riempite con i

5 numeri verdi indicati, e sono in verde su fondo colorato.

	9	+	8	=	17
			+		
	5		5		
5	+	8	=	13	
	4		13		
	=				
	9	+	8	=	17

8. I gioielli di Lucia

Lucia è una giovane artigiana che realizza piccoli gioielli a mano; ora ha acquistato a una fiera per un prezzo particolarmente conveniente una partita di 256 ciondoli decorati: Lucia decide che ne realizzerà sia delle collanine, appendendone uno solo ad una catenina, che degli orecchini, montando due ciondoli alle relative clip. Avvicinandosi San Valentino ha deciso di commercializzare le sue realizzazioni in tre modalità; si potranno acquistare separatamente la collanina oppure gli orecchini, o infine una parure collanina + orecchini. A questo scopo vorrebbe confezionare tutti i gioielli che ha realizzato con dei sacchetti di tulle, ma si rende conto di averne solo 54, per cui decide che le parure saranno ospitate in scatoline, mentre i sacchetti saranno destinati per le collanine o per le coppie di orecchini. Al termine del suo lavoro osserva

soddisfatta le 120 confezioni che ha realizzato schierate sul suo bancone; il colpo d'occhio è magnifico! Venderà le collanine a 10 euro, le coppie di orecchini a 16 euro e le parure a 20 euro. Se riuscirà a vendere tutto, quanto ricaverà?

c = n° collanine

o = n° coppie di orecchini

p = n° parure

$$\begin{cases} 256\ ciondoli = c + 2o + 3p \\ 120\ confezioni = c + o + p \\ 54\ sacchetti = c + o \end{cases}$$

Concentriamoci sulle ultime due equazioni, sostituendo c + o con 54 nella 2^ equazione: 120=54+p, quindi p=66;

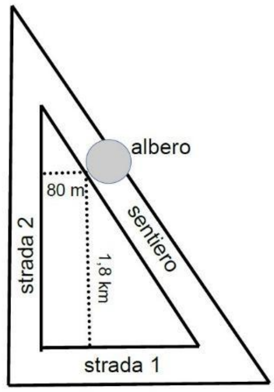
*scriviamo la 1^ equazione come 256=c+o+o+3p, quindi 256=54+ o+3*66, da cui o=202-198=4.*

Sostituendo infine nella 3^ equazione c con 4, si determina c=50.

Quindi: c=50; o=4; p=66
Il ricavo sperato sarà (10c+16o+20p)€=(500+64+1320)€=1884€.

9. Due strade ed un sentiero.

In un appezzamento di terreno compreso fra due strade perpendicolari è piantato un albero ad una distanza fra le due strade pari rispettivamente a 80 m e 1,8 km. Le due strade sono collegate con un sentiero rettilineo che costeggia l'albero, in modo tale che dalla seconda strada è necessario percorrere lungo il sentiero 100 m per arrivare all'albero e dalla prima strada è necessario percorrere lungo il sentiero 3 km per arrivare allo stesso albero. Qual è la lunghezza in km delle due strade perpendicolari tra loro?



Si evidenziano 3 triangoli simili

lunghezza sentiero: $(3000 + 100)m = 3100m$

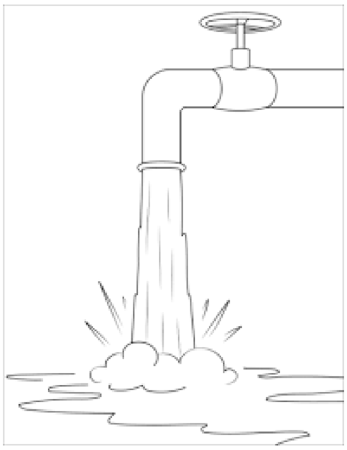
lunghezza strada orizzontale (1): $3100: 100 = x: 80$

$$x = \frac{3100 \cdot 80}{100} = 2480m = 2,48km$$

lunghezza strada verticale (2): $3100: 3000 = x: 1800$

$$x = \frac{3100 \cdot 1800}{3000} = 1860m = 1,86km$$

10. Il paiolo.



Un paiolo a forma di semisfera, con il diametro di 120 cm, viene riempito d'acqua da un rubinetto. Il diametro del rubinetto è 2 cm e l'acqua esce con una velocità di 3 m/s. Quanto tempo occorre per riempire il paiolo?

Ogni secondo esce un cilindro d'acqua di diametro 2 cm e altezza 3 m, cioè 300 cm. Pertanto il volume d'acqua che esce in un secondo è pari a 300πcm^3 (volume cilindro). Per riempire il volume di mezza sfera di raggio 60cm, volume uguale a $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi(60cm)^3 = \pi 144\ 10^3 cm^3$*, sarà necessario un numero di secondi pari al quoziente volume sfera/volume cilindro d'acqua uscente in un secondo, cioè* $\frac{144\pi 10^3 cm^3}{300\pi cm^3/s} = 480\ s = 8\ minuti$