Premio Città di Terni
(trentunesima edizione)

Scuola Secondaria di I grado – Soluzioni

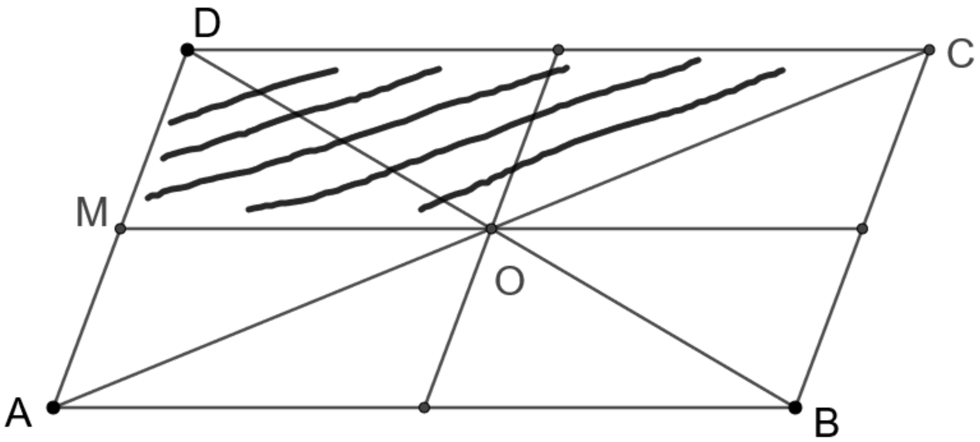
DOMANDE A RISPOSTA CHIUSA CON SPIEGAZIONE

1) MEGLIO INVESTIRE CHE ESSERE INVESTITI

D)
Il 6,25% di 432 vale (6,25·432):100 = 625·432:10000 = 27.
Quindi ogni anno guadagno 27 euro e per arrivare a 243 euro devo aspettare 243:27 = 9 anni.

2) UN GEOMETRICO FACILE FACILE?

B)
Tracciamo le diagonali e i segmenti che collegano i punti medi di due lati opposti, ottenendo la figura qui sotto. Il parallelogramma è suddiviso in 8 triangoli equivalenti (stessa area). Il quadrilatero MOCD è l'unione di 3 di questi 8 triangoli e quindi ha area 800·3:8 = 300 cm^2.



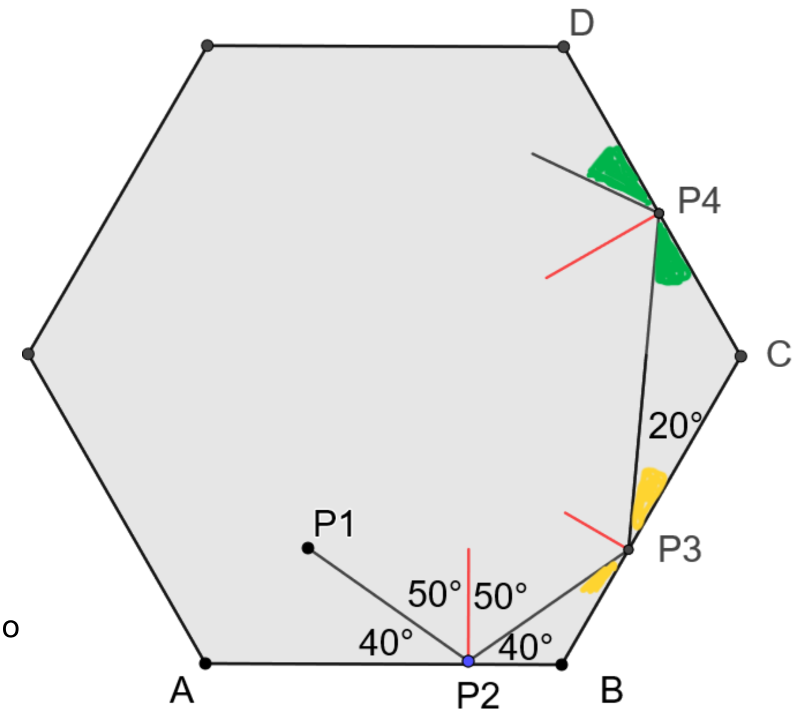
3) MIO CUGGINO (canzone di Elio e le Storie Tese)

D)
Con 16 cartucce nuove si ottengono 1600 pagine e 16 cartucce usate. Con 16 cartucce usate si ottengono 16:4 = 4 cartucce nuove. Con 4 cartucce nuove si ottengono 400 pagine e 4 cartucce usate. Con 4 cartucce usate si ottiene 4:4 = 1 cartuccia nuova. Con questa cartuccia nuova si ottengono 100 pagine e una cartuccia usata (con cui mio cuggino non può fare più nulla).
In tutto sono 1600+400+100 = 2100 pagine.

4) IL FAMOSISSIMO BILIARDO ESAGONALE

A)
Nel disegno qui a fianco è raffigurato l'esagono regolare i cui angoli interni misurano 120°.
La traiettoria della pallina è:
P1, P2, P3, P4, ...
I tre segmenti rossi sono perpendicolari ai lati dell'esagono e indicano la simmetria tra gli angoli prima e dopo il rimbalzo.
Gli angoli in giallo sono uguali e misurano 180-120-40 = 20°.
Gli angoli verdi sono uguali e misurano 180-120-20 = 40°.

Osservazione:
l'angolo verde è sempre uguale all'angolo iniziale se i rimbalzi avvengono sui tre lati consecutivi.



DOMANDE A RISPOSTA APERTA CON SPIEGAZIONE

5) SEMBRA L'INIZIO DI UNA BARZELLETTA

La casa gialla è accanto alla rossa ma non alla verde. Ciò implica che la casa gialla e la verde sono agli estremi (numeri 21 e 25, ma ancora non sappiamo in quale accoppiamento), mentre la rossa è sicuramente la centrale, al numero civico 23.
Il salumiere è per forza italiano.
L'italiano abita al 21 e la casa non è gialla, quindi è verde (per quanto detto sopra).
Quindi sappiamo per certo che: Italiano, 21, verde, salumiere.
Ora dato che il salumiere abita accanto al francese, allora il francese abita nella casa rossa (23).
Il macellaio abita nella casa gialla (25) e per esclusione è svizzero.
Per esclusione il farmacista è francese, abita nella casa rossa con numero 23.

6) SINNER, MUSETTI E BERRETTINI

Chiamiamo con a, b, c l'età dei tre tennisti in modo che a + b = 39, a + c = 41, b + c = 48.
Se addizioniamo le tre somme allora l'età di ogni tennista viene contata due volte.
Infatti (a + b) + (a + c) + (b + c) = 2(a + b + c) = 39+41+48 = 128. Quindi a + b + c = 128:2 = 64.
Ora possiamo trovare le tre età per sottrazione:
c = 64-39 = 25 b = 64-41 = 23 a = 64-48 = 16

7) NARNI E PERUGIA CON IL GRIFO... TERNI CON IL GRAFO

Dal nodo 1 posso andare direttamente al nodo 2 o al nodo 3. Ma per andare al 3 mi conviene comunque passare per il 2 dato che 3+1 < 5.

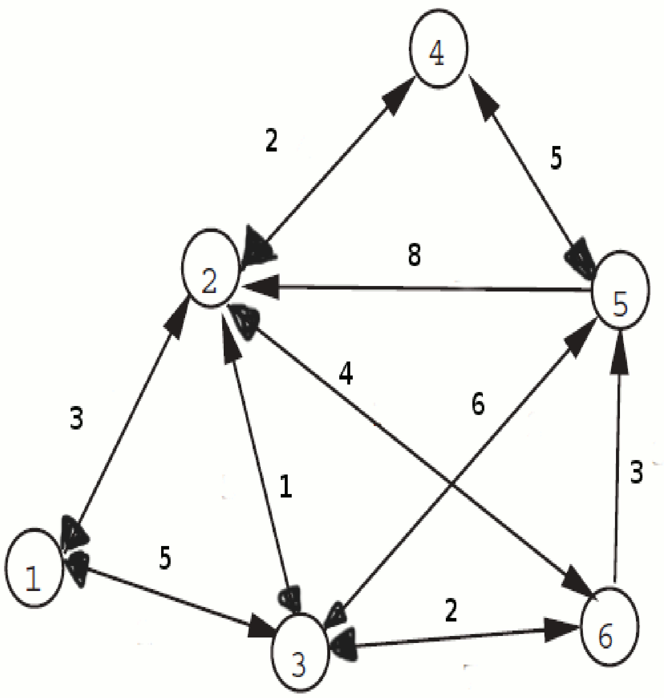
Quindi vado nel nodo 2 con costo 3 e considero tutti i percorsi che mi portano al nodo 5:

passando per il nodo 4 il costo è 2+5 = 7.

Andando direttamente il costo è 8. Passando per il nodo 6 il costo è 4+3 = 7.

Passando per il nodo 3 abbiamo i due casi: 1+6 = 7 e 1+2+3 = 6.

Quindi il percorso migliore è quello che passa per i nodi: 1, 2, 3, 6, 5 e il relativo costo è 3+1+2+3 = 9



8) AMICI DI LUNGA DISTANZA

Complessivamente vengono percorsi 150 km nello stesso intervallo di tempo e dato che il rapporto tra la velocità di Marco e quella di Andrea vale 60:40 = 3:2, allora anche il rapporto tra gli spazi percorsi è sempre 3:2. Per cui lo spazio percorso da Marco è 150·3:(2+3) = 90 km, mentre lo spazio percorso da Andrea è 150·2(2+3) = 60 km.
Il tempo impiegato vale 90 km : 60 km/h (o 60 km : 40 km/h) = 1,5 h = 90 minuti.
Arrivano al ristorante alle 13:15.

PREMIO PROF. BARBANERA

9) IL LAVANDINO PERDE… E CHI VINCE?

Intanto il volume del lavandino in centilitri è 1600.
Calcoliamo quanta acqua rimane nel lavandino ogni 10 secondi.
Nei primi 10 secondi tutta l'acqua che esce dal rubinetto viene persa, infatti il ritmo con cui l'acqua entra nel lavandino è uguale a quello con cui esce (il lavandino perde a ritmo costante).
Nel secondo intervallo di 10 secondi la portata di acqua entrante nel lavandino è 10 cl/s mentre quella che esce dal lavandino è 5 cl/s. Facendo la differenza è come se entrassero 5 cl/s e non uscisse nulla. Quindi nel secondo intervallo rimane un volume di 5 cl/s · 10 s = 50 cl.
Nel terzo intervallo, per lo stesso ragionamento, rimane un volume di (15-5)·10 = 100 cl.
In generale in ogni intervallo successivo il volume di acqua che rimane all'interno del lavandino è 50 cl in più rispetto a prima. Quindi non rimane che sommare tutti i multipli di 50 finché non otteniamo (o ci avviciniamo a) 1600. Per fare ciò ci aiutiamo con una tabella:

Intervallo di tempo (s)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Portata entrante (cl/s)	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Portata uscente (cl/s)	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Portata totale (cl/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Volume rimanente (cl)	0	50	100	150	200	250	300	350	400
Volume cumulato (cl)	0	50	150	300	500	750	1050	1400	1800

Sulla riga del volume cumulato c’è la somma di tutti i volumi di acqua rimanente negli intervalli precedenti. Osserviamo che dopo 80 secondi abbiamo raggiunto 1400 cl mentre dopo 90 secondi abbiamo raggiunto 1800 cl, per cui i 1600 cl sono stati ottenuti per la prima volta in un istante di tempo che si trova tra gli 80 e i 90 secondi. Dato che 1600 è a metà strada tra 1400 e 1800 (e il ritmo è costante se siamo nei 10 secondi di uno stesso intervallo) allora l’istante di tempo è a metà strada tra 80 e 90, ossia 85 secondi.

10) C’ERA UNA VOLTA UN RE

I quadrilateri costruibili sono rettangoli (tra cui ci potrebbero essere anche i quadrati).
Osserviamo che per massimizzare il costo di polvere d’oro utilizzata vogliamo costruire un rettangolo con perimetro più grande possibile, mentre per minimizzare vogliamo il perimetro più piccolo possibile.
L’area totale del rettangolo grande è fissata e vale 100·(40 cm · 10 cm) = 40000 cm^{2}.
Per massimizzare il perimetro l’idea è di attaccare due rettangoli lungo il lato più corto e dunque fare un rettangolo lunghissimo e basso disponendo in un’unica fila tutte e 100 le piastrelle, poggiate sulla base di 40 cm (e con altezza in comune di 10 cm).

1	2	3, 4, ………… , 97, 98	99	100
40 cm	40 cm		40 cm	40 cm

Il perimetro massimo vale 10+10+2·(40·100) = 8020 cm

Il perimetro minimo invece si ottiene cercando di avere più piastrelle “interne” possibili, ossia facendo in modo di costruire un quadrato oppure un rettangolo che sia molto simile ad un quadrato (con base e altezza quasi uguali).
Mostriamo che effettivamente si può costruire un quadrato con le piastrelle a nostra disposizione. Intanto il lato deve misurare come la radice quadrata dell’area ossia 200 cm. Ora è possibile costruire un quadrato in più modi e una possibilità è quella di mettere 5 piastrelle in riga con la base di 40 cm e fare 20 righe tutte uguali (alta ciascuna 10 cm).
In questo modo il perimetro vale 4·200 cm = 800 cm.
La differenza tra il costo massimo e il costo minimo in euro è:
8020·2-800·2 = 14400