

Premio Città di Terni

(trentunesima edizione)

Terni, 7 febbraio 2025

Scuola Secondaria di II grado – TRIENNIO

TESTO E SOLUZIONI

DOMANDE A RISPOSTA CHIUSA

1- IL GIOCO DEI NUMERI

Due amici per divertirsi iniziano un gioco con i numeri. Il primo dice:

“lo parto da 1 e aggiungo sempre 5”.

Il secondo risponde:

“lo parto da 100.000 e sottraggo sempre 4.

Ad un certo punto diranno lo stesso numero. Qual è questo numero?

RISPOSTA: 55 556

Si ottiene l'equazione

$$1 + 5x = 100.000 - 4x$$

Dalla quale si ricava

$$9x = 99.999 \Rightarrow x = 11.111 \Rightarrow 1 + 5x = 100.000 - 4x = 55556$$

2-I SETTE BAMBINI

Quattro bambini e tre bambine sono seduti a caso in una fila. Qual è la probabilità che i due bambini ai due estremi della fila siano entrambi maschi?

RISPOSTA: 2/7= 28,6%

1. Prima identifichiamo i dati:
 - Ci sono 4 bambini (maschi)
 - Ci sono 3 bambine (femmine)
 - In totale ci sono 7 bambini seduti in fila
 - Ci interessa la probabilità che ENTRAMBI gli estremi siano occupati da maschi
2. Per calcolare questa probabilità:
 - Dobbiamo trovare il numero di disposizioni favorevoli (dove i maschi sono agli estremi)
 - Diviso il numero totale di possibili disposizioni
3. Calcoliamo il totale delle disposizioni possibili:
 - È una permutazione di 7 elementi = $7! = 5040$
4. Calcoliamo le disposizioni favorevoli:
 - Fissiamo 2 maschi agli estremi (su 4 disponibili)
 - Gli altri 5 bambini (2 maschi e 3 femmine) vanno disposti nei 5 posti centrali
 - Numero di modi di scegliere 2 maschi per gli estremi = $P(4,2) = 12$
 - Permutazioni dei 5 bambini rimasti = $5! = 120$
 - Totale disposizioni favorevoli = $12 \times 120 = 1440$
5. Quindi la probabilità è: $1440/5040 = 2/7 \approx 0,286$

La probabilità è quindi 2/7 (circa 28,6%) che entrambi i bambini agli estremi della fila siano maschi.

3- IL NUMERO GIUSTO

Quale dei seguenti numeri NON divide 100! ?

(A) 1968. B) 1988 (C) 1998 (D) 2008 (E) 2048

RISPOSTA: D

Fattorizzando i numeri si ha

1968 = 3·16·41 1988 = 4·7·71 1998 = 2·27·37

2008 = 8·251 2048 = 32·64

Quindi la risposta é (D) perché il numero 2008 é l'unico che contiene un numero primo maggiore di 100.

4- UN QUIZ TUTTO NUOVO

L'altra sera Sara ha visto in TV un nuovo quiz a premi che gli è piaciuto molto e lo racconta alla sua amica Elena: "C'erano una serie di prove che ciascun giocatore doveva affrontare in base al suo posto su un tabellone e alle carte pescate da un mazzo di 9 carte numerate da 1 a 9, coperte in mezzo al tavolo. Alla fine della puntata c'erano tre giocatori Amedeo, Beatrice e Corinna, che erano arrivati alla fine del tabellone e il presentatore ha detto che toccava loro lo spareggio per decretare il vincitore. Il primo ad iniziare doveva essere quello che aveva in mano le carte con la somma più alta. Ne avevano tre ciascuno, ma Beatrice aveva 15 punti mentre Amedeo ne aveva il doppio di Corinna che aveva il 4 in mano".

Quali erano le tre carte di Beatrice?

RISPOSTA: 2-6-7

La somma delle carte da 1 a 9 è 45. Poiché Beatrice aveva 15 punti, Amedeo e Corinna ne avevano complessivamente 30. Inoltre poiché Amedeo aveva il doppio dei punti di Corinna, lei ne aveva 10 e a Amedeo 20. Corinna aveva il 4, dunque le altre due carte dovevano essere l'1 e il 5. Fra le sei carte rimanenti le uniche tre che danno come somma 20, i punti Amedeo, sono il 3, l'8 e il 9; pertanto le carte di Beatrice dovevano essere le tre rimanenti cioè il 2, il 6 e il 7 che danno appunto come somma 15.

DOMANDE A RISPOSTA APERTA

5-GARE DI PING PONG

Le gare di ping-pong organizzate dall'associazione di quartiere in cui lavora Sonia hanno ottenuto un successo inaspettato: merito del volantinaggio nei negozi e della campagna social gestita da Sonia che sta studiando come social media manager. Durante il pomeriggio è stata intervistata da un giornalista del quotidiano locale a cui ha risposto sciorinando i numeri dei partecipanti e sottolineando che il numero delle ragazze supera del 40 % quello dei ragazzi. Il giornalista le ha quindi chiesto di poter intervistare due giocatori e Sonia decide di sceglierli casualmente, sapendo che la probabilità che la coppia sia formata da una ragazza e da un ragazzo è esattamente $\frac{1}{2}$.

Quanti sono i partecipanti alle gare?

RISPOSTA: 36

Indicando con y il numero dei maschi, risulterà che le femmine saranno $y+40\%y=1,4y$.

Il totale $T=y+1,4y$.

La probabilità di avere un maschio e una femmina è

$$\begin{aligned} P(MeF) \cdot P(FeM) &= \frac{1}{2} \\ P(M) \cdot P(F) + P(F) \cdot P(M) &= \frac{1}{2} \\ \frac{y}{2,4y} \cdot \frac{1,4y}{(2,4y-1)} + \frac{1,4y}{2,4y} \cdot \frac{y}{2,4y-1} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Risolvendo si ottiene $Y=15$, i maschi $y+40\% = 21$, le femmine. $M+F=36$.

6-IL PAESE DI STRANALANDIA

Nel paese di Stranalandia ci sono 5400 persone. Alcune dicono sempre il falso altre dicono sempre la verità. Uno straniero arriva in paese, ferma 4 persone e chiede "Quanti sono gli abitanti bugiardi di Stranalandia?"

Il primo risponde "Ci sono un numero pari di bugiardi"

Il secondo risponde "Ci sono un numero divisibile per 3 di bugiardi"

Il terzo risponde "Ci sono un numero divisibile per 5 di bugiardi"

Il quarto risponde "Ci sono tanti sinceri quanti bugiardi"

Sapendo che tra queste quattro persone c'è almeno un bugiardo, quanti sono al massimo i bugiardi di Stranalandia?

RISPOSTA 5399

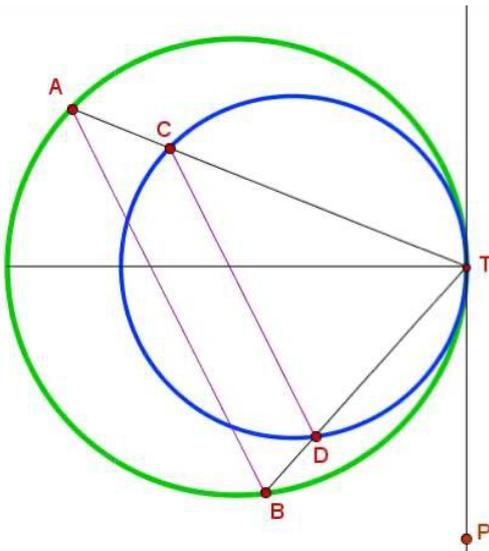
Se il quarto dice la verità, i bugiardi sono 2700 che è un numero divisibile per 2, per 3, per 5. Quindi direbbero tutti e quattro la verità ma questo non è possibile. Allora il quarto dice il falso. Supponiamo ora che tutti gli abitanti dicano il falso cioè che siano 5400 bugiardi. Essendo 5400 divisibile per 2, per 3, per 5 le prime tre persone dicono comunque la verità, quindi non possono essere tutti bugiardi. Conclusione: c'è almeno un bugiardo e inoltre non possono essere tutti bugiardi quindi il massimo numero di bugiardi è 5399.

7-LE DUE CIRCONFERENZE

Due circonferenze sono tangenti internamente in T.

Due corde AT e BT della circonferenza di raggio maggiore intersecano la circonferenza di raggio minore, rispettivamente, in C e D. Dimostrare che AB è parallelo a CD.

RISPOSTA



IPOTESI

C e C' sono due circonferenze tangenti internamente in T;

AT e BT sono corde della circonferenza di raggio maggiore;

$$AT \cap C' = \{C\};$$

$$BT \cap C' = \{D\}$$

TESI $AB \parallel CD$

Dimostrazione

$$B\hat{A}T \cong B\hat{T}P \quad \text{angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco BT}$$

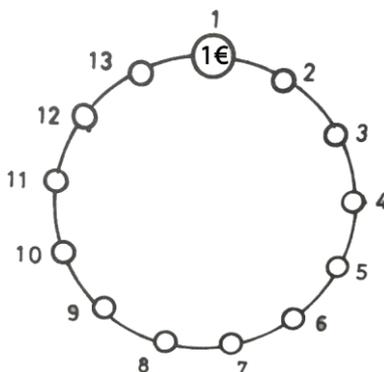
$B\hat{T}P \cong D\hat{C}T$. angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco DT

$B\hat{A}P \cong D\hat{C}T$ per la proprietà transitiva

Essendo $B\hat{A}T \cong D\hat{C}T$ Angoli corrispondenti formati dalle rette AB e CD tagliate dalla trasversale $\Rightarrow AB//CD$
per i criteri di parallelismo

8-LE MONETE

Ci sono tredici monete disposte in circolo: 12 da 10 centesimi e 1 da 1 euro.



Iniziando dalla moneta che si vuole, bisogna contare 13, per poi togliere la moneta su cui si è arrivati. Inizieremo di nuovo a contare 13 iniziando dalla successiva a quella che abbiamo tolto, ripetendo l'operazione per dodici volte, fino a lasciare una moneta soltanto. Da quale moneta bisogna iniziare a contare per rimanere con la moneta da 1 euro?

RISPOSTA:7

Iniziando dalla moneta che si vuole, bisogna contare 13, per poi togliere la moneta su cui si è arrivati. Inizieremo di nuovo a contare 13 iniziando dalla successiva a quella che abbiamo tolto, ripetendo l'operazione per dodici volte, fino a lasciare una moneta soltanto. Da quale moneta bisogna iniziare a contare per rimaner con la moneta da 1 euro?

Risposta: Per terminare lasciando la 1 occorre partire dalla n. 7

9- SCRITTORI IN ERBA

Sono stato incaricato con tre amici di fare un'indagine nella scuola di scrittura creativa "Oriana Fallaci. Il direttore ci spiega: "Qui teniamo corsi di sceneggiatura, fantasy e scrittura di racconti. Tutti coloro che seguono le lezioni di scrittura di racconti studiano pure sceneggiatura. Ci sono studenti di fantasy iscritti anche ad un altro corso, nessuno di questi, però ha scelto quello di scrittura". Mario commenta: "tutti gli iscritti alle lezioni di sceneggiatura studiano pure o fantasy o scrittura"; e Bice aggiunge "Alcuni studenti di Fantasy non seguono il corso di sceneggiatura"; infine Italo dice: "Sicuramente gli studenti di sceneggiatura sono più di quelli di scrittura di racconti". Sono corrette le conclusioni dei tre ragazzi?

RISPOSTA: ITALO

E' corretta solo la conclusione di Italo. Mario si sbaglia, ci sono di sicuro studenti di sceneggiatura che studiano anche scrittura di racconti e altri che studiano anche fantasy, ma possono esserci studenti che studiano solo sceneggiatura. Anche Bice si sbaglia: non possiamo escludere che alcuni tra gli studenti di fantasy seguano solo questo corso. Italo invece ha ragione: tutti gli studenti di scrittura di racconti frequentano pure sceneggiatura, ma in più seguono sceneggiatura anche gli studenti di fantasy iscritti ad un altro corso.

10-LA FONTANA DEL MANNEKEN PIS



Il Manneken Pis è una statua simbolo della città di Bruxelles. Rappresenta un putto, alto 55cm. e posto su un piedistallo alto 173 cm. dal bordo della vasca, che orina spavaldo dall'alto di due gambette lunghe 23cm.

Il getto d'acqua che simula l'urina esce con andamento perfettamente orizzontale e la gittata colpisce il bordo di una vasca semicircolare posta ai piedi della fontana di raggio 60cm.

Determinare l'equazione della traiettoria del getto d'acqua.

RISPOSTA: $y = -\frac{49}{900}x^2 + 196$

La traiettoria è parabolica con vertice V (0, 196) e intersezione con l'asse delle ascisse nel punto A(60,0).

Applicando le due condizioni si ottiene $a = -\frac{49}{900}$.

L'equazione richiesta è $y = -\frac{49}{900}x^2 + 196$